

2022 第 30 届 YMO 四年级初赛-详解

1. 4 名男生, 3 名女生, 全体排成一行, 男女相间。一共有 () 种不同的排法. 请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

先排女生: $3 \times 2 \times 1 = 6$ (种)

将男生插入空格: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (种)

故共: $6 \times 24 = 144$ (种)

2. 计算: $3 \div (7 \div 11) \div (11 \div 16) \div (16 \div 49) = ?$ 将答案填在答题区的方框内.

答题区

【解析】

$$= 3 \div 7 \times 11 \div 11 \times 16 \div 16 \times 49$$

$$= 3 \div 7 \times 49$$

$$= 3 \times 49 \div 7$$

$$= 3 \times 7$$

$$= 21$$

3. 观察如下数列 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 9, 10, 11, 12, …, 99, 100, 101, 102, 那么这个数列一共有 () 个数. 请将答案填在答题区的方框内.

【解析】四个数为一组, 并将每组第 1 个数剥离. 单独计算。

$$3, 6, 9, \dots, 99$$

$$(99 - 3) \div 3 + 1 = 33 \text{ (个)}$$

$$4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, 100, 101, 102$$

$$102 - 3 = 99 \text{ 个}$$

$$\left. \begin{array}{l} (99-3) \div 3 + 1 = 33 \text{ (个)} \\ 102 - 3 = 99 \text{ 个} \end{array} \right\} \text{共 } 33 + 99 = 132 \text{ (个)}$$

4. 已知 “*” 满足 $2*4=0$, $3*5=4$, $7*8=41$, 按此规定, $45*2=$ () 请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

例如: $2*4$ 如何计并出 0?

$$2*4 = 2^2 - 4 = 0$$

$$3*5 = 3^2 - 5 = 4$$

$$7*8 = 7^2 - 8 = 41, \text{ 则}$$

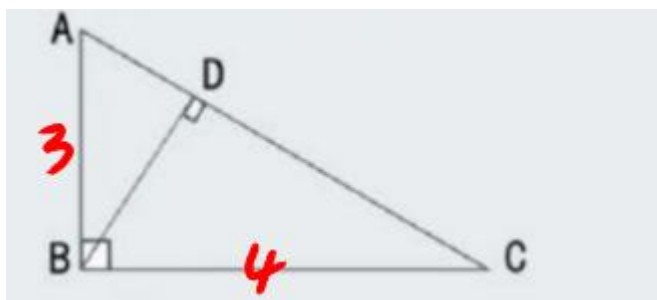
$$45*2 = 45^2 - 2 = 2023$$

5. 计算: $1 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 6 + \dots + 59 \times 60 = ?$ 将案填在答题区的方框内.

【解析】

$$\begin{aligned}1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\&= (2-1)\times 2 + (4-1)\times 4 + (6-1)\times 6 + \cdots + (60-1)\times 60 \\&= 2^2-2+4^2-4+6^2-6+\cdots+60^2-60 \\&= (2^2+4^2+6^2+\cdots+60^2) - (2+4+6+\cdots+60) \\&= 4\times(1^2+2^2+3^2+\cdots+30^2)-930 \\&= 4\times \frac{30\times 31\times 61}{6} - 930 \\&= 37820-930 \\&= 36890\end{aligned}$$

6.如图在直角三角形ABC中，AB=3厘米，BC=4厘米，那么AC边上的高BD的长度是（）毫米？



【解析】

由勾股定理知 AC=5 厘米
BD=3×4÷5=2.4 厘米=24 毫米

7.计算:1+2-3+4+5-6+7+8-9+...+94+95-96=?

【解析】

$$\begin{aligned}&= (1+2-3)+(4+5-6)+(7+8-9)+\cdots+(94+95-96) \\&= 0+3+6+9+\cdots+93 \\&= (3+93)\times 31\div 2 \\&= 1488\end{aligned}$$

8. 计算:1³+3³+5³+...+19³=? 请将答案填在答题区的方框内

【解析】

$$\begin{aligned}1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3 &= (1+2+3+\cdots+n)^2 \\&= 1^3+2^3+3^3+4^3+\cdots+19^3 - (2^3+3^3+4^3+\cdots+18^3) \\&= (1+2+\cdots+19)^2 - 8\times (1^3+2^3+\cdots+9^3) \\&= 190^2 - 8\times (1+2+\cdots+9)^2 \\&= 36100-8\times 45^2\end{aligned}$$

$$=36100-16200$$

$$=19900$$

9.在1到800这800个自然数中,去掉所有的平方数和立方数,得到一个新数列2、3、5、6、7、10、...799、800,这个新数列的和是?

将答案填在答题区的方框内.

【解析】

先求1~800数和,再排除平方数、立方数。

注意出现 $a^2 \cdot b^3$.避免重复减

$$28^2=784, 29^2=841, 9^3=729, 10^3=1000$$

$$1^3=1^2, 4^3=8^2, 9^3=27^2$$

$$=(1+2+3+4+\dots+800)-(1^2+2^2+\dots+28^2)-(2^3+3^3+5^3+6^3+7^3+8^3)$$

$$= (1+800) \times 800 \div 2 - \frac{28 \times 29 \times 57}{6} - (8+27+125+343+512)$$

$$=320400-7714-1231$$

$$=311455$$

10.按照规律并计算:1-3+6-10+15-21+28-...+190= ()

请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

$$1=1, \quad 3=1+2, \quad 6=1+2+3, \quad 10=1+2+3+4, \quad \dots$$

$$\therefore 190=1+2+3+\dots+19(\text{估算})$$

$$\therefore \text{原式}=1-(1+2)+(1+2+3)-(1+2+3+4)+(1+2+3+4+5)+\dots+(1+2+3+\dots+19)$$

$$=1+3+5+7+\dots+19$$

$$=100$$

11. 按规律排列的一串算式:1+2, 2+5, 3+8, 4+11, 1+14, 2+17, 3+20, 4+23, 1+26,, 其中第84个算式的结果是() 请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

算式中, 左边加数依次是:1、2、3、4; 1、2、3、4

右边加数依次是:2、5、8、11、14、17、20.....

第84个算式中、左边加数为 $(84 \div 4 \dots 0)$

$$\text{右边加数为: } 2+(84-1) \times 3=251$$

$$\therefore 4+251=255$$

12. 已知一个大于1的平方数加上143后还是一个平方数,这两个平方数中较小的那个是()

请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

设较小的平方数为 m^2 ($m > 1$)，较大数为 n^2

$$\therefore m^2 + 143 = n^2$$

$$\therefore n^2 - m^2 = 143$$

$$(n-m)(n+m) = 143 = 11 \times 13$$

① 若 $n-m=1$ ， $n+m=143$. 解得 $n=72$. $m=71$

13.由 0, 2, 5, 6, 7, 8 组成无重复数字的数，由小到大排列的四位数中，第 130 个数是().
请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

千 _ _ _

千位为 2 的四位数有: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (个)

千位为 5 的四位数有: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (个)

$$130 - 60 - 60 = 10 \text{ (个)}$$

即于千位为 6 的四位数中, 找从小到大的第 10 个

6 0 ? ?

$$4 \times 3 = 12 \text{ (个)}$$

$$4 \times 3 = 12 \text{ (个)}$$

60 _ _ 最大为 6087, 6085, 6082

$\therefore$ 第 130 个为 6082

14.自动扶梯由下向上匀速运动，每 2 秒向上移动 1 级台阶。小明从扶梯底部开始往上走，每秒走 3 级台阶。已知自动扶梯的可见部分共 70 级，那么小明从底部走到顶部需要 () 秒. 请将答案填在答题区的方框内

【解析】

小明 2 秒行 6 级

“2 秒”个数:

$$70 \div (1 + 6) = 10 \text{ (个)}$$

共需要:

$$10 \times 2 = 20 \text{ (秒)}$$

15.一台晚会有 4 个演唱节目和 3 个舞蹈节目，要求每 2 个舞蹈节目之间至少安排 1 个演唱节目，一共有 () 种不同的安排. 请将答案填在答题区的方框内

【解析】

先排列 4 个演唱节目. $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (种)

再将 3 个舞蹈节目插入 5 个空: $5 \times 4 \times 3 = 60$ (种)

$$\text{共: } 24 \times 60 = 1440 \text{ (个)}$$

16.A、B、C、D、E、F 六个人站队，要求: A 和 F 两人之间最多有两个人，一共有

() 站法.请将答案填在答题区的方框内.

【解析】

方法一:

分类讨论

① 若 A.F 之间只有 1 人 :

$$2 \times 4 \times (4 \times 3 \times 2 \times 1) = 192(\text{种})$$

②若 A.F 之间有 2 人: $2 \times (4 \times 3) \times (3 \times 2 \times 1) = 144(\text{种})$

③若 A F 之间有 0 个人: $2 \times (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 240(\text{种})$

$$\text{共: } 192 + 144 + 240 = 576(\text{种})$$

方法二:

开始考虑给 AF 两人安排位置

AF 之间有 2 人, 有 3 个位置可选,

A □ □ F → _ □ _ □ _

同理, AF 之间有 1、0 人时, 分别有 4、5 个位置可选

$$\text{共} (3 + 4 + 5) \times (2 \times 1) \times (4 \times 3 \times 2) = 576(\text{种})$$

17.小王、小李等五个同学照像, 站成两排, 前排两人, 后排三人。小王、小李不能在同一排。一共有 () 种不同的站法.

【解析】

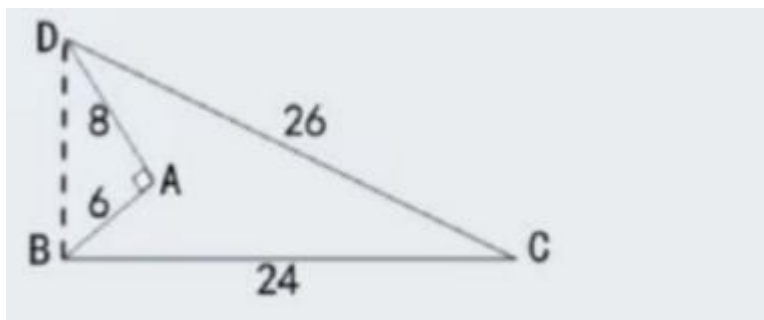
小王、小李选前成后。有 2 种选法, 且选前排的人有 2 个位置可选,

选后排们人有 3 个位置可选. 当、 $2 \times 2 \times 3 = 12(\text{种})$

其它 3 人任意选: $3 \times 2 \times 1 = 6(\text{种})$

$$\text{共: } 12 \times 6 = 72(\text{种})$$

18.如图, 四边形 ABCD 各边的边长均已标在图中, 其中 $\angle A = 90^\circ$, 求四边形 ABCD 的面积是 () 平方厘米. 请将答案填在答题区的方框内.



【解析】

由勾股定理知 $BD = 10$

$$\text{又} \because 10^2 + 24^2 = 26^2$$

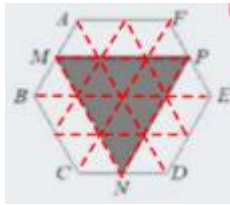
$$\therefore \angle DBC = 90^\circ$$

$$S_{\triangle DBC} = 24 \times 10 \div 2 = 120(\text{cm}^2)$$

$$S_{\triangle BDA} = 6 \times 8 \div 2 = 24(\text{cm}^2)$$

$$\therefore S_{\text{四} ABCD} = 120 - 24 = 96(\text{cm}^2)$$

19.如图，三角形 MNP 的面积是 18 平方厘米，M 是 AB 中点，N 是 CD 中点，P 是 EF 中点。那么正六边形 ABCDEF 的面积是（ ）平方厘米.请将答案填在答题区的方框内。



【解析】

如图作辅助线、将三角形 MNP 平均分成 9 份。

将正六边形分成:24 份.

$$S_{\text{正六}} = 18 \div 9 \times 24 = 48(\text{cm}^2)$$

20. 自动扶梯以均匀速度由下往上行驶着，已知男孩速度是女孩速度的两倍，结果男孩用了 24 秒到达楼下，女孩用了 24 秒到达楼上.男孩乘电梯(男孩不动)上楼需要用（ ）秒.请将答案填在答题区的方框内。

【解析】设女生速度为 1，男生速度为 2，电梯速度为 V

因为电梯的可见约数不变,有:

$$(2-V) \times 24 = (1+V) \times 24$$

$$2-V = 1+V$$

$$1 = 2V$$

$$V : 0.5$$

$$\text{扶梯的可见级数为:}(2-0.5) \times 24 = 36(\text{级})$$

$$\text{则: } 36 \div 0.5 = 72(\text{秒})$$